

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DEL AZAR. LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS

- Repetimos un experimento un número N de veces, todo lo grande que deseemos. Anotamos el n.º de veces que sale un suceso S determinado. A ese número le llamamos frecuencia absoluta $f(s)$ de S .
- A medida que N crece, el cociente $\frac{f(s)}{N}$ (frecuencia relativa de S) se estabiliza en torno a un valor.
- **Consecuencias:** Al hacer una experiencia aleatoria con un instrumento irregular, estimamos la *probabilidad* de un suceso S asignándole el valor $p = \frac{f(s)}{N}$ (p es una medida de la presencia del suceso en el experimento).

LEY DE LAPLACE

- Si realizamos una experiencia aleatoria con un instrumento regular (dado no trucado, moneda, etc.), la probabilidad de un suceso S es el cociente $p = \frac{\text{número de casos favorables a } S}{\text{números de casos posibles}}$

EJEMPLO: Probabilidad de sacar n.º primo al tirar un dado: $S = \{2, 3, 5\}$

$p = \dots\dots\dots$

EXPERIENCIAS COMPUESTAS

El cálculo de probabilidades en una experiencia compuesta se simplifica si se descompone en experiencias simples. Estas pueden ser independientes o dependientes.

Experiencias independientes. Dos experiencias son **independientes** cuando

.....

En este caso, $P[S_1 \text{ en la } 1.ª \text{ y } S_2 \text{ en la } 2.ª] = \dots\dots\dots$

.....

Experiencias dependientes. Dos experiencias son **dependientes** cuando

.....

En este caso, $P[S_1 \text{ en la } 1.ª \text{ y } S_2 \text{ en la } 2.ª] = \dots\dots\dots$

.....

EJEMPLOS:

- Las experiencias “lanzar un dado” y “lanzar una moneda” son

Por tanto, $P[3 \text{ en el dado y CARA en la moneda}] = \dots\dots\dots$

- Si tenemos una bolsa con 3 bolas blancas y 2 negras y realizamos dos extracciones, las experiencias “color de la 1.ª bola” y “color de la 2.ª bola” son

Por tanto, $P[\text{blanca la } 1.ª \text{ y blanca la } 2.ª] = \dots\dots\dots$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

- 1** Si lanzas una moneda 3 veces:
 - a) ¿Cuántos resultados posibles obtienes?
 - b) ¿Qué probabilidad tienes de sacar solo dos caras?
 - c) ¿Y de no sacar más de una cruz?

- 2** Extraemos una carta de una baraja de 40. Calcula:
 - a) Probabilidad de que sea AS.
 - b) Probabilidad de que sea AS O FIGURA.
 - c) Probabilidad de sacar AS O COPAS.

- 3** De una urna con 5 bolas rojas, 3 negras y 2 blancas extraemos una bola, la reponemos a la urna y luego hacemos una 2.^a extracción.
 - a) ¿Qué probabilidad hay de que no salga blanca en ambas?
 - b) ¿Y si después de la 1.^a extracción no reponemos la bola?

- 4** En un juego, el jugador gana si, al lanzar una moneda 3 veces y extraer una carta de una baraja, el resultado sea: “No sacar más de una cruz” y “No salgan espadas”. En caso contrario pierde. ¿Qué probabilidad tiene el jugador de ganar?

Nombre y apellidos:

APLICA. FIESTAS EN EL BARRIO

Durante las fiestas del barrio, vas con tus amigas y amigos a la feria. Allí os paráis ante una caseta donde el feriante os propone la siguiente apuesta:

- “¡Apueste y gane! Tiraré una moneda cuatro veces y luego sacaré una carta de la baraja.
- Si sale cara 2 ó 3 veces y la carta es de Bastos o Espadas, me llevo su apuesta.
- Si sale cara 0, 1 ó 4 veces y la carta es de Oros o Copas, entonces le daré a usted un 50% más de lo que apostó.
- Si sale otro resultado, ¡seguimos jugando!”

El juego parece muy beneficioso para el apostador, pero hay algo que os preocupa y decidís hacer unos cuantos cálculos.

- 1** En primer lugar, os preguntáis cuál será la probabilidad de sacar cara 0, 1 ó 4 veces.

- 2** Luego, queréis calcular la probabilidad de sacar 2 ó 3 caras.

- 3** Pasáis a las cartas. Os ponéis a calcular la probabilidad de sacar Oros o Copas al extraer una carta de la baraja.

- 4** ¿Qué probabilidad tenéis de ganar la apuesta? ¿Y de perderla? ¿Y de seguir jugando sin ganar ni perder?

- 5** ¿Qué se espera que ocurra si el apostador pone x euros en el platillo? Os dais cuenta de que tenéis que analizar la función de ganancia o pérdida $E(x) = 1,5xp - xq$, donde p es la probabilidad de ganar y q es la probabilidad de perder.

- 6** ¿Cuál será el resultado más probable si apostáis 100 euros entre todos? ¿Y si pudierais jugar 1 000 euros?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

- 1** Tengo 6 tarjetas *A, B, C, D, E, F*.
 - a) ¿De cuántas formas distintas puedo escoger dos de ellas?
 - b) ¿Cuántas de esas formas tienen solo una vocal?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de extraer dos consonantes?

- 2** En una serie semifinal de 100 m lisos de atletismo, se clasifican los dos primeros para la final. Participan 6 atletas.
 - a) ¿De cuántas formas distintas pueden clasificarse?
 - b) De los 6 atletas, tres son del mismo equipo. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos clasificados sean del mismo equipo?

- 3** Para una oposición, el temario consta de 25 temas y, para aprobarla, hay que contestar bien a dos temas extraídos al azar. Luis ha preparado 15 temas.
 - a) ¿De cuántas formas distintas le pueden salir dos temas estudiados?
 - b) ¿Qué probabilidad tiene de aprobar?
 - c) ¿Es más probable que apruebe Begoña que, en su oposición de 30 temas, ha preparado 17?

Nombre y apellidos:

APLICA. FIESTAS EN EL BARRIO

Durante las fiestas del barrio, vas con tus amigas y amigos a la feria. Allí os paráis ante una caseta donde el feriante os propone la siguiente apuesta:

- “¡Apueste y gane! Tiraré una moneda cuatro veces y luego sacaré dos cartas de la baraja.
- Si sale cara 2 ó 3 veces y las cartas son de Bastos o Espadas, me llevo su apuesta.
 - Si sale cara 0, 1 ó 4 veces y las cartas son de Oros o Copas, entonces le daré a usted un 30% más de lo que apostó.
 - Si sale otro resultado, ¡seguimos jugando!”

El juego parece muy beneficioso para el apostador, pero hay algo que os preocupa y decidís hacer unos cuantos cálculos.

- 1** ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara 0 veces? ¿Y la de sacarla una vez? ¿Y dos veces? ¿Y tres veces? ¿Y cuatro veces?

- 2** ¿De cuántas formas distintas pueden extraerse dos cartas cualesquiera de una baraja?

- 3** ¿De cuántas formas pueden salir Oros o Copas?
[Analiza el número de veces que puede salir (O, O), (C, O) o (C, C)].

- 4** ¿Cuál es la probabilidad de que gane la apuesta el participante? ¿Y de que pierda?

- 5** Si apostáis 1 euro, ¿qué se espera que ocurra? Tenéis que analizar la expresión $E(x) = 1,3xp - xq$ para $x = 1$, donde p es la probabilidad de ganar y q la de perder.

- 6** ¿Y qué ocurrirá si apostáis 1000 euros?

Ficha de trabajo A

PRACTICA

1 a) $2^3 = 8$ resultados

b) $\{CC+, C+C, +CC\} \rightarrow p = \frac{3}{8}$

c) $\{CCC, CC+, C+C, +CC\} \rightarrow p = \frac{4}{8}$

2 a) $p = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) $p = \frac{4}{40} + \frac{12}{40} = \frac{16}{40}$

c) $P[A \text{ o } C] = P[A] + P[C] - P[\text{As de Copas}] =$
 $= \frac{4}{40} + \frac{10}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}$

3 a) $P[\bar{B} \text{ y } \bar{B}] = \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{64}{100}$

b) $P[\bar{B}_1 \text{ y } \bar{B}_2] = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{90}$

4 $P[\text{No sacar más de una cruz}] = \frac{4}{8}$

$P[\text{No espadas}] = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

$P[\text{Ganar}] = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

APLICA

1 $P[0, 1 \text{ ó } 4] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

2 $P[2 \text{ ó } 3] = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

3 $P[\text{Oros o Copas}] = \frac{1}{2}$

4 $P[\text{ganar}] = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$

$P[\text{perder}] = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

$P[\text{seguir jugando}] = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

5 Se espera que el resultado sea:

$$E(x) = 1,5x \cdot \frac{6}{32} - \frac{10x}{32} = \frac{-x}{32}$$

El apostador perderá $1/32$ de lo que apueste.

6 $E(100) = -3,13 \text{ €}$

$E(1000) = -31,25 \text{ €}$

Ficha de trabajo B

PRACTICA

1 a) $C_{6,2} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$

b) Con una vocal (A o E) hay 4 formas distintas. Luego hay 8 formas distintas con una vocal cualquiera.

c) Dos consonantes se extraen de $C_{4,2} = 6$ formas.

Luego $p = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

2 a) $C_{6,2} = 15$

b) Tres de ellos se clasifican de $C_{3,2} = 3$ formas.

Luego $p = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

APLICA

1 $P[\text{sacar cara 0 veces}] = \frac{1}{16}$

$P[\text{sacar cara 1 vez}] = \frac{4}{16}$

$P[\text{sacar cara 2 veces}] = \frac{6}{16}$

$P[\text{sacar cara 3 veces}] = \frac{4}{16}$

$P[\text{sacar cara 4 veces}] = \frac{1}{16}$

2 $C_{40,2} = 780$ formas distintas.

3 Oros y Copas salen de $C_{10,1} \cdot C_{10,1} = 100$ maneras.

Copas y Copas salen de $C_{10,2} = 45$ formas.

Oros y Oros salen de $C_{10,2} = 45$ formas.

Por tanto, Oros o Copas saldrán de 190 formas.

4 La probabilidad de ganar, p , es de $\frac{19}{208} = 0,09$.

La probabilidad de perder, q , es de $\frac{95}{624} = 0,15$.

5 $E(1) = -0,033$, es decir, se perderá 3 cent.

6 En ese caso, se perderán 30 euros.